



SÈRIE 3

Part 1

Responen QUATRE de les sis qüestions següents.

[6 punts; 1,5 punts cada qüestió]

1.

SOLUCIÓ:

Els punts de la recta es poden escriure com

$$\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 2 \\ z = 3 - \alpha \end{cases}$$

Substituint en l'equació del pla $\pi: x = z$, es té $1 + \alpha = 3 - \alpha$, d'on es dedueix $\alpha = 1$.

El punt d'intersecció resulta ser

$$\begin{cases} x = 1 + \alpha = 2 \\ y = 2 \\ z = 3 - \alpha = 2 \end{cases}$$

És a dir, el punt $P(2, 2, 2)$.

Puntuació:

- 1 punt pel plantejament correcte de qualsevol sistema d'equacions que permeti determinar el punt d'intersecció;
- 0,5 punts per la determinació correcta de la solució del sistema plantejat.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys 2025. Criteris d'avaluació

2.

SOLUCIÓ:

a) Substituint el valor $a = 3$, el sistema resulta ser

$$\begin{cases} 2x + 4y = 11 \\ 3x + 6y = 20 \end{cases}$$

Dividint la primera equació per 2 i dividint la segona equació per 3 es té

$$\begin{cases} x + 2y = \frac{11}{2} \\ x + 2y = \frac{20}{3} \end{cases}$$

Es tracta d'un sistema incompatible (no té solució).

b) El sistema és compatible determinat quan els rangs de la matriu del sistema i de la matriu ampliada són iguals entre sí i iguals a la quantitat d'incògnites; en aquest cas, el rang de la matriu del sistema ha de ser 2.

La matriu del sistema és $A = \begin{pmatrix} a-1 & 4 \\ a^2-2a & 6 \end{pmatrix}$.

Aquesta matriu té rang 2 quan el seu determinant és no nul (diferent de zero).

$$\det(A) = 6(a-1) - 4(a^2-2a) = -4a^2 + 14a - 6 = 0$$

Les solucions de l'equació són $\frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-4)}$, és a dir, $a = 3$ i $a = \frac{1}{2}$.

Per tant, el sistema és compatible determinat si a és diferent d'aquests dos valors.

Puntuació:

- a) 0,5 punts per una justificació vàlida de la incompatibilitat del sistema.
- b) 0,5 punts per la relació entre els rangs de les matrius i la quantitat d'incògnites en un sistema compatible determinat;
- 0,5 punts per la determinació dels valors del paràmetre a i la seva correcta interpretació.
- Penalitzeu amb 0,5 punts una interpretació incorrecta dels resultats obtinguts.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys 2025. Criteris d'avaluació

3.

SOLUCIÓ:

En una funció contínua i derivable, les relacions entre la derivada d'una funció i el creixement i decreixement i els màxims i mínims són les següents:

- Si la funció és creixent en un interval, aleshores la seva derivada és positiva o nul·la en l'interval.
- Si la funció és decreixent en un interval, aleshores la seva derivada és negativa o nul·la en l'interval.
- Si la funció té un màxim o un mínim en x_0 , aleshores la seva derivada és nul·la en x_0 .

3.1. La derivada és positiva (és a dir, $f'(x) \geq 0$) en

☒ $[-4, -2] \cup [2, +\infty)$.

3.2. La derivada és negativa (és a dir, $f'(x) \leq 0$) en

☒ $(-\infty, -4] \cup [-2, 2]$.

3.3. La derivada s'anul·la, $f'(x) = 0$, en

☒ $x = 2$.

Puntuació:

- 0,5 punts per cada resposta correcta.
- Descompteu 0,25 punts per cada resposta incorrecta. Les qüestions no contestades no tenen cap descompte.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys 2025. Criteris d'avaluació

4.

SOLUCIÓ:

El logaritme neperià $\ln(a)$ s'anul·la únicament en $a = 1$.

Per tant, les solucions de l'equació

$$\ln \left(\frac{2 + 3x}{5x - 1} \right) = 0$$

són les solucions de

$$\frac{2 + 3x}{5x - 1} = 1$$

Resolent aquesta equació es té

$$2 + 3x = 5x - 1$$

$$\text{és a dir, } 3 = 2x$$

La solució de l'equació resulta ser $x = \frac{3}{2}$.

Puntuació:

- 1,5 punts per la resolució correcta de l'equació.
- Penalitzeu amb fins 1 punt les errades greus en el càlcul de les expressions algebraïques.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys 2025. Criteris d'avaluació

5.

SOLUCIÓ:

- a) El punt $P(-3, -2, -5)$ no verifica l'equació de la recta

$$r: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{1-z}{4},$$

en efecte, substituint el punt en l'equació es té

$$\frac{-3+1}{2} = \frac{-2-1}{3} = -1 \neq \frac{1+5}{4}$$

- b) El vector director de la recta s ha de ser el proporcional al vector director de la recta r , és a dir,

$$v = (2, 3, -4).$$

Una equació de la recta que té aquest vector director i que passa per $P(-3, -2, -5)$ és

$$s: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+5}{-4}$$

Puntuació:

- a) 0,5 punts.
- b) 0,5 punts per la determinació correcta del vector director de la recta; 0,5 punts per una equació de la recta paral·lela.
- Valoreu l'apartat b) amb un màxim de 0,5 punts si la determinació del vector director de la recta r és incorrecta però si s'expressa correctament una recta que passa per P .



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys 2025. Criteris d'avaluació

6.

SOLUCIÓ:

$F(x)$ és una primitiva de $f(x)$ si $F'(x) = f(x) = 2 \cdot (x^2 + x - 1) \cdot e^{2x}$.

Derivant

$$F(x) = x^2 \cdot e^{2x} - e^{2x}$$

es té

$$F'(x) = 2x \cdot e^{2x} + x^2 \cdot e^{2x} \cdot 2 - e^{2x} \cdot 2 = (2x + 2x^2 - 2)e^{2x} = 2(x^2 + x - 1)e^{2x}$$

Puntuació:

- 0,5 punts per la relació entre primitiva i derivada.
- 1 punt pel càlcul correcte de la derivada.
- Penalitzeu amb fins 1 punt les errades greus en el càlcul de les derivades.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys 2025. Criteris d'avaluació

Part 2

Resoleu UN dels dos problemes següents.

[4 punts en total]

1.

SOLUCIÓ:

Denominem

x la quantitat de grans premis guanyats pel pilot

y la quantitat de segones posicions obtingudes en el campionat

z la quantitat de vegades que va finalitzar en tercera posició

L'any passat, el pilot va finalitzar 17 curses, i en totes elles va estar entre els tres primers classificats, és a dir,

$$x + y + z = 17.$$

El total de punts obtinguts pel pilot l'any passat va ser 359 punts, és a dir,

$$25x + 18y + 15z = 359.$$

Pel proper any, vol acabar segon un 50% més de curses, això li permetria aconseguir 431 punts, que són $431 - 359 = 72$ punts més; és a dir,

$$18 \cdot (0,5y) = 72.$$

S'ha de resoldre el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} x + y + z = 17 \\ 25x + 18y + 15z = 359 \\ 9y = 72 \end{cases}$$

De la tercera equació es té

$$y = 8.$$

Substituint aquest valor en les altres equacions del sistema es té

$$\begin{cases} x + z = 9 \\ 25x + 15z = 215 \\ y = 8 \end{cases}$$



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys 2025. Criteris d'avaluació

De la primera equació es té

$$x = 9 - z;$$

substituint en la segona equació es té

$$25x + 15z = 25(9 - z) + 15z = 225 - 10z = 215$$

És a dir, $10z = 10$, i per tant, $z = 1$.

Finalment, $x + z = 9$, i $x = 8$.

Les classificacions de l'any passat van ser:

$x = 8$ grans premis guanyats

$y = 8$ segones posicions obtingudes

$z = 1$ vegada va finalitzar en tercera posició

Per l'any vinent, vol tenir aquests resultats i afegir 4 segones posicions més al seu palmarès.

Puntuació:

- 1 punt per cada equació del sistema correctament plantejada;
- 1 punt per la resolució correcta del sistema.
- Valoreu amb la màxima puntuació altres possibles equacions vàlides del sistema, per exemple, la que permet el càlcul dels punts per l'any vinent: $25x + 18(y + 0,5y) + 15z = 25x + 18(1,5y) + 15z = 25x + 27y + 15z = 431$. Penalitzeu amb fins 2 punts les errades greus de càlcul.
- Valoreu de forma independent el plantejament del sistema de la seva resolució.



Proves d'accés a la Universitat per a més grans de 25 anys 2025. Criteris d'avaluació

2.

SOLUCIÓ:

a) De l'equació original es té

$$\frac{2x^2 - 16x + 32}{(x-3)^2} = 2 - \frac{4}{x-3} + \frac{A}{(x-3)^2} = \frac{2(x-3)^2 - 4(x-3) + A}{(x-3)^2}$$

Per tant

$$2x^2 - 16x + 32 = 2x^2 - 12x + 18 - 4x + 12 + A$$

$$2x^2 - 16x + 32 = 2x^2 - 16x + 30 + A$$

S'ha de verificar que $32 = 30 + A$,

és a dir, $A = 2$.

b) Substituint el valor obtingut en l'expressió original, es té

$$\frac{2x^2 - 16x + 32}{(x-3)^2} = 2 - \frac{4}{x-3} + \frac{2}{(x-3)^2}$$

Per tant,

$$\int \left(\frac{2x^2 - 16x + 32}{(x-3)^2} \right) dx = \int 2dx - \int \left(\frac{4}{x-3} \right) dx + \int \left(\frac{2}{(x-3)^2} \right) dx =$$

$$= 2 \int dx - 4 \int \left(\frac{1}{x-3} \right) dx + 2 \int (x-3)^{-2} dx =$$

$$= 2x - 4 \cdot \ln|x-3| + 2 \frac{(x-3)^{-1}}{-1} + k =$$

$$= 2x - 4 \cdot \ln|x-3| - \frac{2}{(x-3)} + k$$

Puntuació:

a) 0,5 punts per l'obtenció de l'equació que permet calcular A ;

0,5 punts per la determinació correcta del seu valor.

b) 1 punt per l'expressió correcta de cadascun dels sumands de la primitiva.

En la valoració final, no tingueu en compte el valor absolut en el logaritme ni la constant d'integració k .