



**Sèrie 3**

**Seleccioneu i resoleu QUATRE de les cinc qüestions següents.**

- A) Comenteu si és certa o falsa la següent afirmació: el coeficient de variació d'una variable és una mesura de posició.

SOLUCIÓ:

És falsa. El coeficient de variació d'una variable és una mesura de dispersió.

- B) Comenteu si és certa o falsa la següent afirmació: la covariància entre dues variables X i Y pot oscil·lar entre els valors -1 i 1.

SOLUCIÓ:

És falsa. La covariància entre dues variables no està afitada.

- C) La taula següent recull informació sobre el nombre d'habitacions que tenen les vivendes d'una urbanització:

| $X_i$ | $n_i$ |
|-------|-------|
| 1     | 4     |
| 2     | 8     |
| 3     | 12    |
| 4     | 6     |

Quin percentatge de vivendes tenen més de dues habitacions ?

SOLUCIÓ: En total hi ha 30 vivendes ( $N=30$ ) i d'aquestes n'hi ha 18 que tenen més de dues habitacions (és a dir 3 o 4 habitacions). Per tant n'hi ha un 60 %.

- D) Si es llancen dos daus de sis cares simultàniament, quina és la probabilitat d'obtenir dos sisos ?

SOLUCIÓ: els dos daus obtenen resultats independents. Per tant la probabilitat d'obtenir dos sisos serà  $1/6 \cdot 1/6 = 1/36$ .

- E) El coeficient de correlació lineal entre dues variables X i Y pren el valor 0,4. Si obtenim una recta de regressió de la variable Y sobre X quin valor pren el coeficient de determinació ? Interpreteu-lo.

SOLUCIÓ:

$$R^2 = r_{xy}^2 = 0,4^2 = 0,16$$

El valor del coeficient de determinació indica un ajustament lineal dèbil entre les variables.



**Seleccioneu i resoleu, indicant sempre les operacions o raonant les respostes, DOS dels tres exercicis següents.**

- 1- La següent taula recull informació sobre la superfície (en metres quadrats) que tenen els locals en lloguer en un gran centre comercial. Les dades són les següents:

| Superfície | Locals |
|------------|--------|
| 0-50       | 15     |
| 50-100     | 15     |
| 100-150    | 15     |
| 150-200    | 20     |
| 200-250    | 15     |

- a) Calculeu la mitjana aritmètica, la variància i la desviació típica de la variable "superfície". (1,5 punts)  
 b) Calculeu la superfície més repetida. (0,75 punts)  
 c) Quin percentatge de locals tenen una superfície entre 100 i 200 metres quadrats ? (0,75 punts)

SOLUCIÓ:

- a) (1,5 punts). Mitjana aritmètica:0,5 punts; variància:0,75 punts; desviació tipus:0,25 punts.

| Li-1 | Li  | ni | ci  | ci*ni | ci <sup>2</sup> *ni |
|------|-----|----|-----|-------|---------------------|
| 0    | 50  | 15 | 25  | 375   | 9375                |
| 50   | 100 | 15 | 75  | 1125  | 84375               |
| 100  | 150 | 15 | 125 | 1875  | 234375              |
| 150  | 200 | 20 | 175 | 3500  | 612500              |
| 200  | 250 | 15 | 225 | 3375  | 759375              |
|      |     | 80 |     | 10250 | 1700000             |

Mitjana aritmètica:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i \cdot n_i}{n} = \frac{10250}{80} = 128,125$$

Variància:

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n c_i^2 \cdot n_i}{n} - \bar{X}^2 = \frac{1700000}{80} - (128,125)^2 = 4833,984375$$

$$\text{Desviació tipus: } S_X = \sqrt{4833,984375} = 69,526861$$

- b) (0,75 punts).

La superfície més repetida serà la moda. Aquesta moda es localitzarà a l'interval que va des de 150 a 200. Aleshores:



$$Mo = L_{i-1} + \frac{n_{i+1}}{n_{i-1} + n_{i+1}} c_i = 150 + \frac{15}{15+15} 50 = 175$$

c) (0,75 punts)

El nombre de locals que tenen una superfície entre 100 i 200 metres quadrats és de  $15+20=35$ . Per tant el percentatge demanat és  $(35/80) * 100 = 43,75 \%$ .

2- Les següents dades corresponen a l'edat en anys (variable X) i al pes en quilograms (variable Y) de diversos nens i nenes.

| Variable Y | Variable X |
|------------|------------|
| 14         | 2          |
| 20         | 3          |
| 32         | 5          |
| 42         | 7          |
| 44         | 8          |

a) Calculeu els coeficients de la recta de regressió de Y sobre X. (1,5 punts)

b) Calculeu el coeficient de determinació i interpreteu-lo. (1,5 punts)

a) SOLUCIÓ: (1,5 punts) Coeficients de la recta de regressió: 0,25 punts cada càlcul: mitjana de X, mitjana de Y, variància de X, covariància, paràmetre b i paràmetre a

| Pes (Yi) | Edat (Xi) | Yi <sup>2</sup> | Xi <sup>2</sup> | Xi*Yi |
|----------|-----------|-----------------|-----------------|-------|
| 14       | 2         | 196             | 4               | 28    |
| 20       | 3         | 400             | 9               | 60    |
| 32       | 5         | 1024            | 25              | 160   |
| 42       | 7         | 1764            | 49              | 294   |
| 44       | 8         | 1936            | 64              | 352   |
| 152      | 25        | 5320            | 151             | 894   |

$$\bar{X} = \frac{25}{5} = 5 \quad \bar{Y} = \frac{152}{5} = 30,4$$

$$S_X^2 = \frac{151}{5} - 5^2 = 5,2$$

$$S_{XY} = \frac{894}{5} - 5 * 30,4 = 26,8$$

$$b = \frac{S_{XY}}{S_X^2} = \frac{26,8}{5,2} = 5,1538$$



$$a = \bar{Y} - b * \bar{X} = 30,4 - 5,1538 * 5 = 4,631$$

- b) (1,5 punts) Coeficient de determinació: càlcul variància de Y 0,25 punts, càlcul del coeficient de determinació 0,75 punts i interpretació 0,5 punts

$$S_Y^2 = \frac{5320}{5} - 30,4^2 = 139,84$$

$$R^2 = \frac{b^2 \cdot S_X^2}{S_Y^2} = \frac{5,1538^2 * 5,2}{139,84} = 0,987705 = 98,77\%$$

Un valor elevat del coeficient de determinació indica un ajustament correcte de la recta de regressió al núvol de punts.

3- La demanda diària d'un producte és una variable aleatòria discreta amb la següent funció de quantia:

$$P(X = x) = \frac{x+1}{15}, \quad x = 0,1,2,3,4$$

- a) Quina és la probabilitat que la demanda diària sigui superior a 2 ? (1,5 punts)  
b) Quina és l'esperança matemàtica de la variable ? (1,5 punts)

SOLUCIÓ:

- a) (1,5 punts)

| x | P(X=x) |
|---|--------|
| 0 | 1/15   |
| 1 | 2/15   |
| 2 | 3/15   |
| 3 | 4/15   |
| 4 | 5/15   |

$$P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) = 4/15 + 5/15 = 9/15$$

- b) (1,5 punts)

$$E(X) = 0 * 1/15 + 1 * 2/15 + 2 * 3/15 + 3 * 4/15 + 4 * 5/15 = 40/15$$