



Sèrie 2

PROBLEMA 1.-

- a) (2 punts). *Mitjana aritmètica: 0,75 punts; variància: 1 punt; desviació estàndard: 0,25 punts.*

$$\text{La mitjana del retard és igual a } \bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{n} = \frac{233}{16} = 14,5625.$$

La variància és igual a

$$S_x^2 = \frac{\sum_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{4359}{16} - (14,5625)^2 = 272,4375 - 212,0664 = 60,3711$$

La desviació estàndard és igual a

$$S_x = \sqrt{60,3711} = 7,7699.$$

- b) (4 punts). *Ordenació de les dades: 1,5 punt; identificació dels quartils: 1 punt (0,5 punts cadascun); interpretació: 1,5 punts (0,75 punts cadascun).*

La mostra ordenada és: 0,3,4,6,9,11,16,16,17,18,19,21,22,22,24 i 25.

El primer quartil és la mitjana del valor que és a la posició $n/4=16/4=4$ i el valor posterior: $Q_1=(6+9)/2=7,5$. El 25% dels vols tenen un retard inferior a 7,5 minuts i el 75% té un retard superior a 7,5 minuts.

El tercer quartil és la mitjana del valor que és a la posició $3n/4=48/4=12$ i el valor posterior: $Q_3=(21+22)/2=21,5$. El 75% dels vols tenen un retard inferior a 21,5 minuts i el 25% té un retard superior a 21,5 minuts.

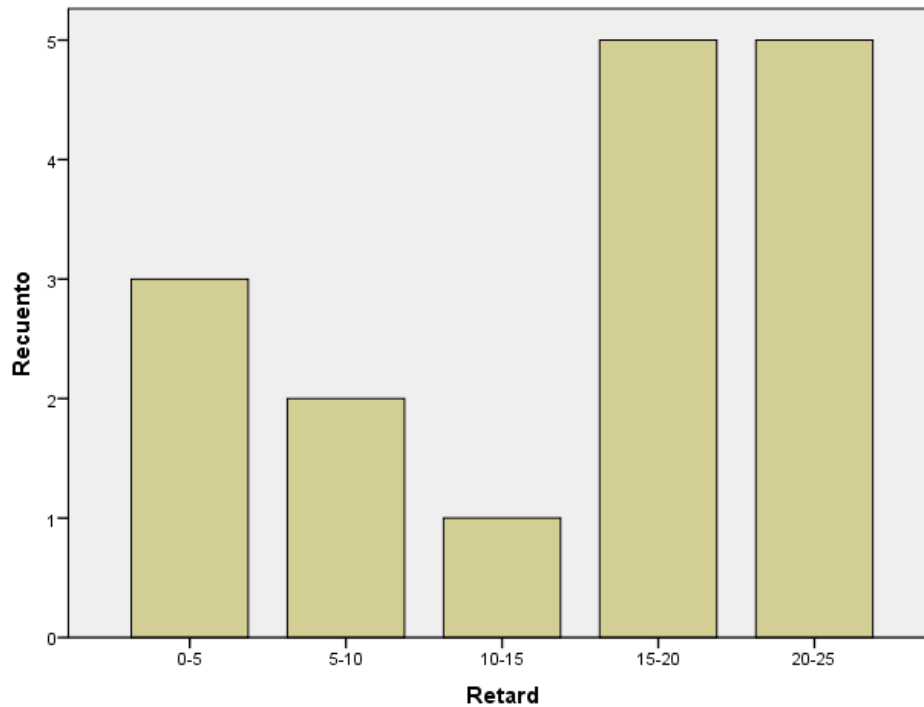
- c) (3 punts). *Agrupació en intervals i recompte de freqüències: 2 punts; representació del histograma: 1 punt.*

La taula de freqüències amb els intervals és la següent:

0-5	3
5-10	2
10-15	1
15-20	5
20-25	5



Per tant, el histograma és



d) (1 punt).

El percentatge dels vols que representen més de 15 minuts de retard és $(10/16) \cdot 100 = 62,5\%$.

PROBLEMA 2.-

a) (1 punt).

El percentatge de persones que no han anat ni al cinema ni al teatre és igual $(2/20) \cdot 100 = 10\%$

b) (1 punt).

El percentatge de persones que han anat més de dues vegades al cinema y almenys una vegada al teatre és igual $(4/20) \cdot 100 = 20\%$

c) (1,5 punts). *Cada distribució marginal: 0,75 punts*

x_i (cinema)	0	1	2	3	4
n_i	2	1	4	7	6

y_i (teatre)	0	1
n_i	15	5

d) (1 punt).

La despesa total és : $8,1 \sum_i x_i n_i + 26 \sum_i y_i n_i = 437,4 + 130 = 567,4$ euros



- e) (2 punts). *Mitjana aritmètica: 0,75 punts; variància: 1 punt; desviació estàndard: 0,25 punts.*

$$\text{La mitjana aritmètica: } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i n_i}{n} = \frac{54}{20} = 2,7$$

$$\text{La variància: } S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 n_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{176}{20} - (2,7)^2 = 8,8 - 7,29 = 1,51$$

$$\text{La desviació estàndard: } S_x = \sqrt{1,51} = 1,2289$$

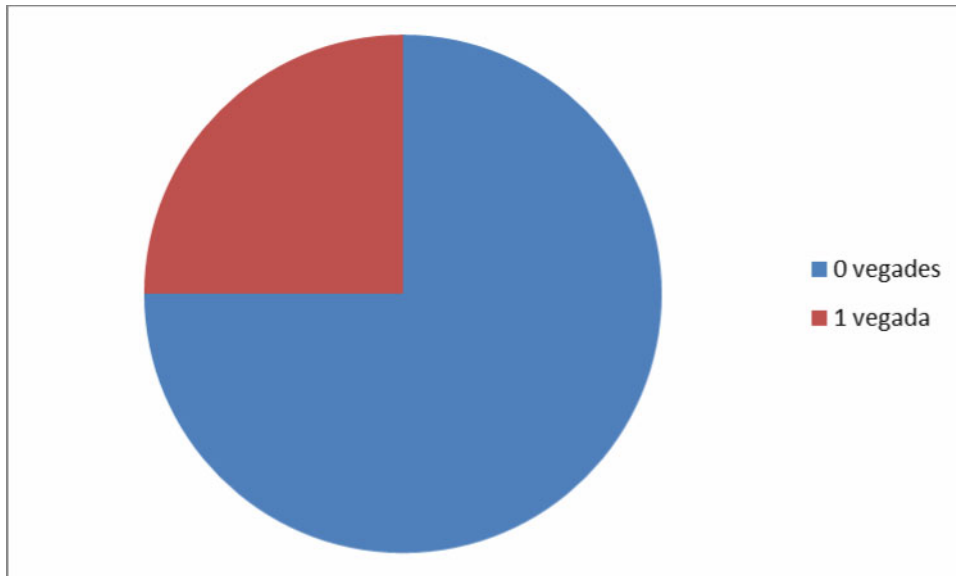
- f) (2 punts). *Primer quartil: 1 punt; interpretació: 1 punt.*

Les freqüències acumulades són:

x_i (cinema)	0	1	2	3	4
N_i	2	3	7	14	20

El primer quartil és el primer valor que té freqüència acumulada superior a $n/4=5$: $Q_1=2$. Aproximadament, el 25% dels enquestats van 2 o menys vegades al cinema i el 75% dels enquestats hi van 2 o més.

- g) (1,5 punt).





PROBLEMA 3.-

- a) (7 punts). *Mitjana aritmètica de les dues variables: 1,5 punts; variàncies: 2 punts; desviacions estàndards: 0,5 punts; covariància: 1,25 punts coeficients de correlació: 0,75 punts; interpretació: 1 punt.*

Les mitjanes dels ingressos (x) i número de televisors d'alta definició (y):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i n_i}{n} = \frac{97,5}{50} = 1,95 \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i n_i}{n} = \frac{53}{50} = 1,06 .$$

La variàncies:

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n c_i^2 n_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{275,75}{50} - (1,95)^2 = 5,515 - 3,8025 = 1,7125$$

i

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 n_i}{n} - \bar{y}^2 = \frac{103}{50} - (1,06)^2 = 2,06 - 1,1236 = 0,9364 .$$

Les desviacions estàndard: $S_x = \sqrt{1,7125} = 1,3086$ i $S_y = \sqrt{0,9364} = 0,9677$.

La covariància entre les dues variables:

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i y_i n_i}{n} - \bar{x}\bar{y} = \frac{158}{50} - 1,95 \cdot 1,06 = 3,16 - 2,067 = 1,093 .$$

El coeficient de correlació: $r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{1,093}{1,3086 \cdot 0,9677} = 0,8631$.

Interpretació: entre les dues variables hi ha una relació lineal positiva o directa que és molt intensa. El número de televisors està molt relacionada amb els ingressos mensuals, més ingressos hi ha més televisors d'alta definició en la llar.

- b) (3 punts). *Càlcul del pendent de la recta: 1,25 punts; càlcul del terme independent de la recta: 1,25 punts; especificació de la recta: 0,5 punts*

$$\text{Pendent de la recta: } b = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = \frac{1,093}{1,7125} = 0,6382$$

Terme independent de la recta:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 1,06 - 0,6382 \cdot 1,95 = 1,06 - 1,2445 = -0,1845$$

La recta de regressió:

$$\hat{y}_i = -0,1845 + 0,6382 x_i$$



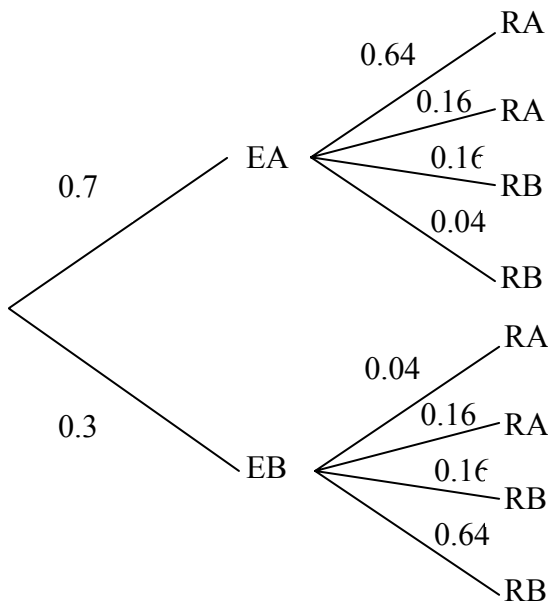
PROBLEMA 4.-

a) (3 punts) *Diagrama d'arbre: 1,5 punts; probabilitats: 1,5 punts.*

E_{xx}="Enviam el missatge xx", on xx pot ser "AA" o "BB"

R_{xx}"Rebem el missatge xx", on xx pot ser "AA", "BB", "AB" i "BA"

- P(EAA)=0.7
- P(EBB)=0.3
- P(RAA|EAA)=0.64
- P(RAB|EAA)=0.16
- P(RBA|EAA)=0.16
- P(RBB|EAA)=0.04
- P(RAA|EBB)=0.04
- P(RAB|EBB)=0.16
- P(RBA|EBB)=0.16
- P(RBB|EBB)=0.64



b) (1 punt).

$$P(RAB|EAA)=0.8 \cdot 0.2 = 0.16$$

c) (2 punts). *Si el plantejament i desenvolupament és correcte: 1,5 punts; si el càlcul és correcte: 0,5 punts*

$$P(EAA|RAA)=P(EAA \cap RAA)/P(RAA) = 0.448/0.46=0.9739$$

on:

$$P(EAA \cap RAA) = P(EAA) P(RAA|EAA) = 0.7 \cdot 0.64 = 0.448$$

$$P(RAA) = P(EAA) P(RAA|EAA) + P(EBB) P(RAA|EBB) = 0.7 \cdot 0.64 + 0.3 \cdot 0.04 = 0.448 + 0.012 = 0.46$$

a. (2 punts). *Si el plantejament i desenvolupament és correcte: 1,5 punts; si el càlcul és correcte: 0,5 punts*

$$P(EBB|RBB)=P(EBB \cap RBB)/P(RBB) = 0.192/0.22=0.8727$$



on:

$$P(\text{EBB} \cap \text{RBB}) = P(\text{EBB}) P(\text{RBB}|\text{EBB}) = 0.3 \cdot 0.64 = 0.192$$

$$P(\text{RBB}) = P(\text{EAA}) P(\text{RBB}|\text{EAA}) + P(\text{EBB}) P(\text{RBB}|\text{EBB}) = \\ = 0.7 \cdot 0.04 + 0.3 \cdot 0.64 = 0.028 + 0.192 = 0.22$$

- d) (2 punts). *Si el plantejament i desenvolupament és correcte: 1,5 punts; si el càlcul és correcte: 0,5 punts*

$$P(\text{EAA} \cap \text{RBB}) + P(\text{EBB} \cap \text{RAA}) = P(\text{EAA}) P(\text{RBB}|\text{EAA}) + P(\text{EBB}) P(\text{RAA}|\text{EBB}) = 0.7 \\ \cdot 0.04 + 0.3 \cdot 0.04 = 0.04$$

o bé:

si posem S_1 = "rebre la primera lletra incorrecte" i S_2 = "rebre la segona lletra incorrecte"

S_1 i S_2 són dos successos independents, $P(S_1 \cap S_2) = P(S_1) P(S_2) = 0.2 \cdot 0.2 = 0.04$

PROBLEMA 5.-

X té una distribució binomial: $X \sim B(6; 0.4)$

- a) (2 punts). *Si el plantejament i el desenvolupament és correcte: 1,5 punts; si el càlcul és correcte: 0,5 punts.*

$$P(X = 0) = \binom{6}{0} 0.4^0 0.6^6 = 0.0467.$$

- b) (2,5 punts). *Si el plantejament i el desenvolupament és correcte: 2 punts; si el càlcul és correcte: 0,5 punts.*

$$P(X > 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \binom{6}{0} 0.4^0 0.6^6 - \binom{6}{1} 0.4^1 0.6^5 \\ = 1 - 0.0467 - 0.1866 = 0.7667$$

- c) (2,5 punts). *Si el plantejament i el desenvolupament és correcte: 2 punts; si el càlcul és correcte: 0,5 punts.*

$$P(X \leq 5) = 1 - P(X = 6) = 1 - \binom{6}{6} 0.4^6 0.6^0 = 1 - 0.0041 = 0.9959$$

- d) (1,5 punts).

$$E(X) = np = 6 \cdot 0.4 = 2.4$$

- e) (1,5 punts). *Si el plantejament i el desenvolupament és correcte: 1 punt; si el càlcul és correcte: 0,5 punts*

$$\text{Var}(X) = npq = 6 \cdot 0.4 \cdot 0.6 = 1.44$$

La desviació típica és igual a $\sqrt{1.44} = 1.2$