



**Proves d'accés a cicles formatius de grau superior de formació professional inicial,  
d'ensenyaments d'arts plàstiques i disseny, i d'ensenyaments esportius 2013**

---

---

**Matemàtiques**  
**Sèrie 1**

---

**SOLUCIONS,  
CRITERIS DE CORRECCIÓ  
I PUNTUACIÓ**

---

**INSTRUCCIONS**

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que es proposen.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc. Si no ho feu així, s'entendrà que heu escollit els cinc primers.
- Cada exercici val 2 punts.

**Material necessari**

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis i goma, regla, etcètera.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.

1. Escriviu les expressions següents en forma d'una sola potència, amb l'exponent diferent d'1.

[2 punts]

a)  $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$

b)  $2^3 \cdot 3^3 \cdot 6^2 = 6^3 \cdot 6^2 = 6^5$

c)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{3^2} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{108} = 108^{\frac{1}{6}}$

d)  $\frac{5}{\sqrt[3]{5}} = 5 : 5^{\frac{1}{3}} = 5^{1-\frac{1}{3}} = 5^{\frac{2}{3}}$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

2. Calculeu el resultat de les operacions següents i, si és possible, simplifiqueu-lo:

[2 punts]

a)  $(x-2)^3 + 6x^2 - 8x = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 6x^2 - 8x = x^3 + 4x - 8$

b)  $\frac{x-1}{x+5} - \frac{2(x+2)}{x^2+7x+10} = \frac{x-1}{x+5} - \frac{2(\cancel{x+2})}{(x+5)(\cancel{x+2})} = \frac{x-1-2}{x+5} = \frac{x-3}{x+5}$

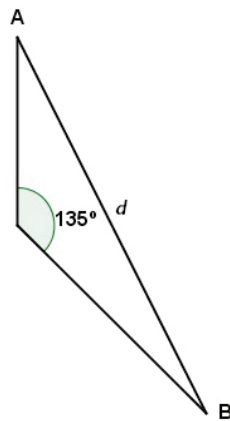
Compteu 1 punt per cada apartat.

3. Dos exploradors surten d'un mateix punt, al mig del desert. L'explorador A es dirigeix, en línia recta, cap al nord i l'explorador B se'n va cap al sud-est, també en línia recta, de manera que les dues trajectòries formen un angle de  $135^\circ$ . Al final de la jornada, l'explorador A ha recorregut 15 km i l'explorador B n'ha recorregut 20.

[2 punts]

Responen a les qüestions següents:

- a) Feu un esquema amb tots els elements del problema.



- b) Calculeu a quina distància es troben, un explorador de l'altre, al final de la jornada.

$$d^2 = 15^2 + 20^2 - (2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 135) = 1\,049,26$$

$$d = \sqrt{1\,049,26} = 32,39 \text{ km}$$

Compteu 0,5 punts per l'apartat a i 1,5 punts per l'apartat b.

4. Donats els punts del pla  $A = (-3, 2)$  i  $B = (5, 8)$  i la recta  $r: 3x - 2y + 1 = 0$ , responeu a les qüestions següents:

[2 punts]

- a) Justifiqueu si la recta  $r$  conté algun dels punts  $A$  o  $B$ .

$$[3 \cdot (-3)] - [2 \cdot 2] + 1 = 0 \quad ; \quad -9 - 4 + 1 = 0 \quad ; \quad -12 \neq 0 \quad ; \quad A \notin r$$

$$[3 \cdot (5)] - [2 \cdot 8] + 1 = 0 \quad ; \quad 15 - 16 + 1 = 0 \quad ; \quad 0 = 0 \quad ; \quad B \in r$$

- b) Trobeu un vector director de la recta  $r$  i un altre vector que sigui perpendicular a  $r$ .

Vector director:  $\vec{v} = (2, 3)$  o bé:  $\vec{v} = (-2, -3)$

Vector perpendicular: Per exemple  $\vec{v}_\perp = (-3, 2)$  o bé:  $\vec{v}_\perp = (3, -2)$

- c) Trobeu l'equació de la recta que passa per  $A$  i per  $B$ .

$$\vec{AB} = B - A = (5, 8) - (-3, 2) = (8, 6) = (4, 3)$$

$$\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{3} \quad ; \quad 3x+9 = 4y-8 \quad ; \quad 3x-4y+17=0$$

- d) Trobeu l'equació de la recta perpendicular a  $r$  que passa per  $A$ .

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{2} \quad ; \quad 2x+6 = -3y+6 \quad ; \quad 2x+3y=0$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

5. Considereu la funció a trossos  $f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{5x+10}{2} & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ a^2x-8 & \text{si } x > 2 \end{cases}$   
 [2 punts]

a) Estudieu la continuïtat en els punts  $x_1 = -2$  i  $x_2 = 0$ .

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{10}{x+2} = \frac{10}{-2+2} = \frac{10}{0} = \infty$$

A  $x_1 = -2$ , hi ha un punt de discontinuïtat asimptòtica

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{10}{x+2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5x+10}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$f(0) = \frac{10}{2} = 5$$

A  $x_2 = 0$ , la funció és contínua.

b) Trobeu els valors del paràmetre  $a$  que fan que la funció  $f(x)$  sigui contínua en  $x_3 = 2$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x+10}{2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} a^2x-8$$

$$\frac{(5 \cdot 2) + 10}{2} = (a^2 \cdot 2) - 8$$

$$\frac{20}{2} = 2a^2 - 8$$

$$10 = 2a^2 - 8$$

$$18 = 2a^2$$

$$a^2 = 9$$

$$a = \pm 3$$

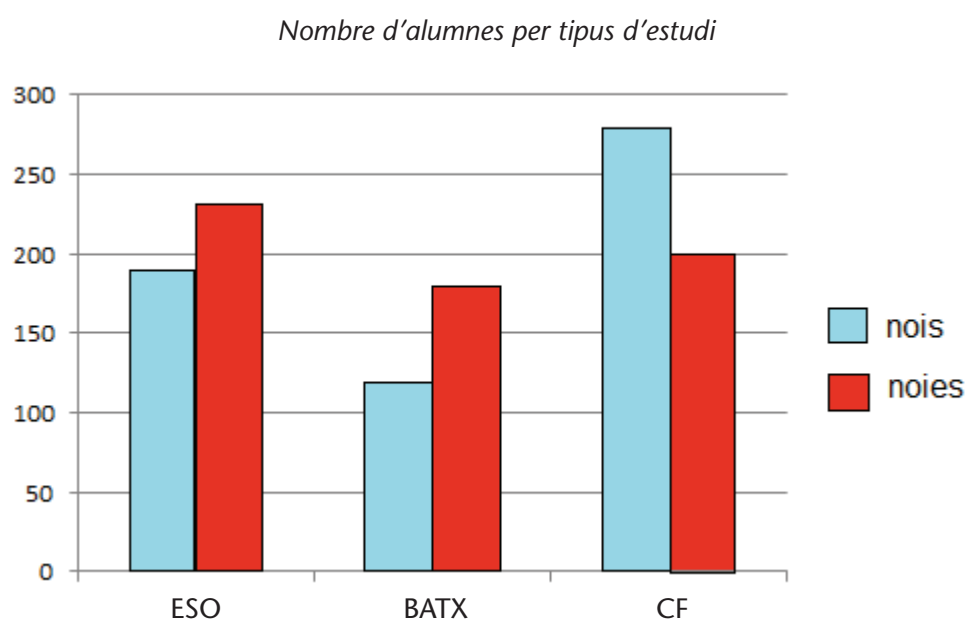
Compteu 1 punt per cada apartat.

6. En un institut hi ha 1 200 alumnes distribuïts segons el sexe i el tipus d'estudi, de la manera següent:

[2 punts]

	<i>ESO</i>	<i>Batxillerat</i>	<i>Cicles formatius</i>
Nois	190	120	280
Noies	230	180	200

- a) Representeu gràficament aquestes dades en un diagrama de barres, de manera que es distingeixi clarament el tipus d'estudi i el sexe dels alumnes.



- b) Es vol fer una enquesta a un centenar d'aquests alumnes sobre diversos aspectes de l'institut. A quants nois i noies de cada tipus d'estudi caldria enquestar per tal que la mostra fos proporcional?

Dividim per 12 cada nombre d'alumnes i arrodonim el resultat:

	<i>ESO</i>	<i>Batxillerat</i>	<i>Cicles formatius</i>
Nois	16	10	23
Noies	19	15	17

Compteu 1 punt per cada apartat. A l'apartat b, descompteu 0,5 punts si no arrodoneixen.

7. En un examen de literatura, un alumne ha estudiat quinze dels vint temes que conté el temari.

[2 punts]

Si l'examen consisteix a contestar un tema, extret a l'atzar, del total de temes, calculeu la probabilitat que

- a) el tema estigui entre els que l'alumne ha estudiat.

$$P = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Si l'examen consisteix a contestar dos temes, extrets a l'atzar, del total de temes, calculeu la probabilitat que

- b) els dos temes estiguin entre els que l'alumne ha estudiat.

$$P = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} = \frac{3}{4} \cdot \frac{14}{19} = \frac{42}{76} = \frac{21}{38} \approx 0,55$$

- c) l'alumne no hagi estudiat cap dels dos temes extrets.

$$P = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{19} = \frac{4}{76} = \frac{1}{19} \approx 0,05$$

- d) l'alumne hagi estudiat un dels temes i no hagi estudiat l'altre.

$$P = \left( \frac{15}{20} \cdot \frac{5}{19} \right) + \left( \frac{5}{20} \cdot \frac{15}{19} \right) = \left( \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{19} \right) + \left( \frac{1}{4} \cdot \frac{15}{19} \right) = \frac{15}{76} + \frac{15}{76} = \frac{30}{76} = \frac{15}{38} \approx 0,39$$

$$\left( \text{o bé: } 1 - \frac{21}{38} - \frac{1}{19} = \frac{38}{38} - \frac{21}{38} - \frac{2}{38} = \frac{15}{38} \approx 0,39 \right)$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

